PROBLEMLÖSNING

BLANDADE PROBLEM (II) **Nivå TVÅ-TRE**

1 I matematik används många symboler, som till exempel plustecken och gångertecken. Vi tänker oss en ny symbol, @, som fungerar så här:

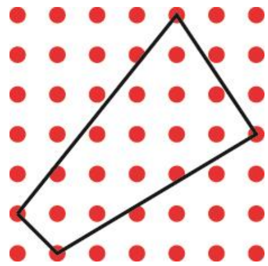
1 @ 2 = 5
2 @ 3 = 13
3 @ 4 = 25
4 @ 5 = 41

Hur mycket är 5 @ 6? L

2 Vilka två tal saknas i talföljden? L

2 3 5 7 11 –?– 17 19 –?– 29

3 Hur stor area har fyrhörningen? Räkna med att avståndet mellan punkterna är 1 cm. L

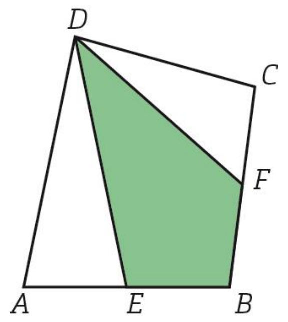


4 Vilket är medelvärdet av de 100 första talen i den här talföljden? L

–1 2 –3 4 –5 6 –7 ....

5 På ett prov i religion finns 50 frågor med fyra svarsalternativ till varje fråga. För varje korrekt svar får eleverna 5 poäng. För varje felaktigt svar får man –4 poäng. Hassan svarade på alla frågor och fick 97 poäng. Hur många korrekta svar hade Hassan? L

6 I den här figuren är $AE = EB$ och $BF = FC$. Den färgade ytan har arean 15 cm^2.
Hur stor area har fyrhörningen $ABCD$? L



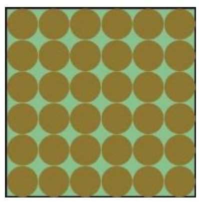
7 Vilket värde har uttrycket $\frac{x}{z}$ om $\frac{x+y}{x} = 6$ och $\frac{y+z}{z} = 16$? L

8 För fyra tal, a, b, c och d gäller att:

$a + b + c = 138$
$a + b + d = 149$
$a + c + d = 152$
$b + c + d = 164$

Vilken är summan av alla fyra talen? L

9 I en kvadrat med sidan 2 dm finns $n \cdot n$ cirklar. På bilden är $6 \cdot 6$ st inritade.
Visa att cirklarnas sammanlagda area är π dm^2 oavsett vilket värde som n har. L



10 En rektor höll ett tal i en timme för eleverna. Bara 20 % av eleverna hörde hela talet.
En tiondel av eleverna sov hela tiden och hörde ingenting. Hälften av de övriga eleverna hörde en tredjedel av talet och resten hörde två tredjedelar.
Beräkna medelvärdet av den tid som eleverna lyssnade på sin rektor? L

LEDTRÅDAR

1 Symbolen handlar om kvadrering.

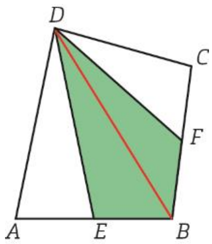
2 Vad har talen gemensamt?

3 Hur stor area har den kvadrat som omger fyrhörningen?

4 Addera talen två och två.

5 Antag att Hassan hade x rätt och $(50 - x)$ fel.

6 Dra sträckan DB. Vad kan sägas om de båda trianglarna AED och EBD?



7 Använd dig av att $\frac{x+y}{x} = 6$ vilket kan förenklas till $x + y = 6x$ vilket ger $y = 5x$ och $x = \frac{y}{5}$. Gör på samma sätt med ekvationen $\frac{y+z}{z} = 16$.

8 Addera alla tal i de vänstra leden och alla tal i de högra leden.

9 Om det är $n \cdot n$ cirklar så har varje cirkel diametern $\frac{2}{\pi}$ dm.
Vilken är radien och hur stor area har varje cirkel?

10 Antag att antalet elever är lika med n.

FACIT

1 Symbolen betyder att de två talens kvadrater adderas.
Vi får därför $5 @ 6 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 =$ **61**.

2 Alla tal i talföljden är primtal. De tal som saknas är därför **13** och **23**.

3 Den kvadrat som omger fyrhörningen har arean $6 \cdot 6$ cm^2 = 36 cm^2.
Vi subtraherar sedan med arean av de trianglar som omger fyrhörningen.
Vi får då att den sökta arean är $(36 – 0{,}5 – 7{,}5 – 3 – 10)$ cm^2 = **15 cm^2**.

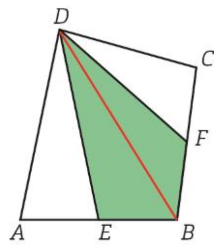
4 Vi adderar talen två och två och får då:

$–1 + 2 = 1$
$–3 + 4 = 1$
$–5 + 6 = 1$
och så vidare.

Vi får sammanlagt 50 summor som var och en är lika med 1. Summan av de 100 talen är alltså 50 och medelvärdet är 50 / 100 = **0,5**.

5 Antag att Hassan hade x rätt och $(50 – x)$ fel. Det ger ekvationen $5x – 4(50 – x) = 97$ med lösningen $x = 33$. Hassan hade alltså **33 korrekta svar**.

6 Dra sträckan *DB*. Trianglarna *AED* och *EBD* har samma area eftersom de har samma bas och höjd. Av samma skäl är trianglarna *BFD* och *FCD* lika stora. Det innebär att fyrhörningen *DEBF* har en area som är hälften så stor som fyrhörningen *ABCD*:s area. Den sökta arean är alltså $2 \cdot 15$ cm^2 = **30 cm^2**.



7 Vi har att $\dfrac{x+y}{x} = 6$ vilket kan förenklas till $x + y = 6x$ vilket ger $y = 5x$ och $x = \dfrac{y}{5}$.

På samma sätt får vi att $z = \dfrac{y}{15}$. Vi får slutligen att $\dfrac{x}{z} = \dfrac{y}{5} \,/\, \dfrac{y}{15} =$ **3**.

8 Vi adderar alla tal i vänstra leden och förenklar. Vi får då $3a + 3b + 3c + 3d$.
Vi adderar också alla tal i högra leden och får då summan 603. Vi har alltså att $3a + 3b + 3c + 3d = 603$. Vi dividerar alla termer med 3 och får då att $a + b + c + d =$ **201**.

9 Om det är $n \cdot n$ cirklar så har varje cirkel diametern $\frac{2}{n}$ dm. Radien är $\frac{1}{n}$ dm och varje cirkel har arean $\pi \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2$ dm^2 $= \frac{\pi}{n^2}$ dm^2. Antalet cirklar är $n \cdot n = n^2$ och den sammanlagda arean är $n^2 \cdot \frac{\pi}{n^2}$ dm^2 $= \pi$ dm^2.

10 Antag att antalet elever var lika med n. Antalet elever som lyssnade hela tiden, 60 min, var $0{,}2n$ och de som inte lyssnade alls (0 min) var $0{,}1n$. Då återstår $0{,}7n$ elever och av dessa lyssnade hälften, $0{,}35n$, i 20 min. Resten, $0{,}35n$, lyssnade i 40 min.
Det antal minuter sammanlagt som eleverna lyssnade var $(0{,}2n \cdot 60 + 0{,}1n \cdot 0 + 0{,}35n \cdot 20 + 0{,}35n \cdot 40)$ min $= 33n$ min. Om vi dividerar med antalet elever, n, så får vi medelvärdet lika med $33n / n$ min = **33 min**.